# 四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部

歴算全書卷四十
四十一

詳校官欽天監博士臣張天樞

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官編修臣王燕緒

校對官五官靈臺郎臣陳際新

謄録監生臣焦和生

方程論自叙

方程于數九之一也何獨于方程乎論曰方程猶句股也數學之極致故二以殿乎九今之為數學往往單思句股而略方程不寧惟略抑多沿誤俛于闕矣數九而闕其一可以無論乎議者謂句股測量用以知道里之修城邑之廣山之髙水之深天地日月之行度若方程筭術多取近用米鹽凌雜非其精且大是不然精猶小大人則分之而自一至九之數無分也且數何兆歟當

其未始有物之初混沌鴻濛杳冥恍惚無始無終無聲無形無理可名無數可紀乃數之根也是謂真一真一者無一也一且非一而况其分及其自無之有無一而忽然有一有一則有萬萬者一之萬也萬各其一一各其萬即萬即一環應無端又孰從而精麄之小大之乎故果蓏之有理而星度齊觀理實同源數亦冥會苟未達此而侈言高遠遺乎目睫將日用之酬酢有外乎理數以自立者哉而二之也古者數學大司徒以備鄉之

三物教萬民而賔興之其屬保氏掌之以教國子具曰九數未嘗右勾股于方程也雖然古之人以其進乎數者治數故用之簡易而言之約今欲于古學既湮之曰出獨是以信衆疑使方程之沿誤皆正而九數闕而復全則意取共明固不敢謬託簡古以自文其疎愚之論乃不覺其複矣凡六卷論成于壬子之冬寫而成帙則甲寅之夏勿菴梅文鼎自識

餘論

數學有九要之則二支一者筭術一者量法量法者長短遠近以求其距西法謂之測線方圓弧矢羃積周徑以相求西法謂之測面立方渾圓堆垜之形以求容積西法之測體在古九章則為方田為少廣為商功為句股筭術者消息盈虛乘除進退以差多寡驗住以測來西法謂之比例通分子母整齊畫一不盡者以法命之西法謂之畸零若夫隱雜重複參錯難稽即顯驗幽探

賾窮深無例可比故西法别立借衰互徵以為用亦比例也在古九章則為粟布為衰分為均輸為盈朒為方程此二者相需不可偏廢雖然筭術可以濟量法之窮而量法不可以盡筭術之變何也可量者其可見也天下之不可見者多矣非筭術何以御之故量法有窮而筭術不窮也夫既量之而得其率矣所量者一欲知者百西法之用比例亦以筭術佐量法也然以例相比非量法而有量法之理吾友桐城方位伯謂九章出于句

股葢以此也然吾觀方程正負同異減併之用非句股所能御而能生比例愚故以筭術必不可廢也

言數學者亦有二家一古法一泰西泰西之説詳明曉暢古人之法徑捷簡易可互明也然古書僅存筭術而略于測量泰西詳于測量而或遺在筭術吾觀泰西家言矩度三角八線割圓幾何原本備矣謂其善用句股能有新意出于古率之外未爲過也若所譯同文筭指者大約用三率以變古法至于盈朒方程則其術不復

可行于是取古人之法以傳之非利氏之所傳也算術之妙莫盈朒方程若而泰西皆無之是九章闕其二也尚謂之賢于古法乎且泰西家欲以其說易天下故必究轉箋疏以達其意以取信于學者若盈朒方程立法之意殊不能言也不能言盈朒故別立借衰之法以代之自謂超妙可廢古法矣而終不能廢盈朒若方程一章不但不能言之亦不能用之不過取古人之僅存者具數而已不能別立術以代之也諸書之謬誤皆沿之

而不能察其必非知之而不用能言之而不悉亦可見矣夫古人之略于量法者非不能言也言之略耳言之詳者别有專書而人不能習不傳于世耳學士大夫既苦其難竟又無與進取弋獲之利遂一切棄置不道淺獵焉者率得少以自多無所發明遂使古人之精意若存若亡不復可見今諸書所載方程法殘缺錯亂視盈朒尤甚其所僅存又多為後之不得其説者參以臆解而其旨益晦非古人舊也使古之方程僅僅如此何必别

立一章列于盈朒之後乎然以好變古率如泰西而不能變方程勤于言筭如泰西而不能言方程不能盡其用不能正其沿誤可見古人立法之深遠而决不可易向使習古法者盡見古人之書又能如泰西家羣萃州處窮年累月研精覃思以為之引伸而推廣又豈止如斯而已乎言之三歎

# 方程論發凡

## 一方程立法之始

按周禮九數一曰方田以御田疇界域一曰粟米（一作粟布）以御交質變易一曰差分（一名衰分）以御貴賤廩稅一曰少廣以御冪積方程一曰商功以御功程積實一曰均輸以御遠近勞費一曰盈朒（一云贏不足）以御隱襍互見一曰方程以御錯糅正負一曰句股（一云旁要）以御高深廣遠是則方程者九數之一乃九章中之第八

章也通雅以九數為周公之法蓋自隸首作筭數以來有九章即有方程淵源遠矣

一方程命名之義

方者比方也程者法程也程課也數有難知者據現在之數以比方而程課者則不可知而可知即互乘減併之用

一方程殘缺之故

按七十子身通六藝則九數在其中自漢以後史稱

卓茂劉歆馬融鄭玄何休張衡皆明筭術唐宋取士有明筭科六典筭學十經博士弟子五年而學成宋大儒若邵康節司馬文正朱文公蔡西山元則許文正王文肅莫不精筭然則筭學之疎乃近代耳

夫數學一也分之則有度有數度者量法數者筭術是兩者皆由淺入深是故量法最淺者方田稍進爲少廣爲商功而極于句股筭術最淺者粟布稍進爲衰分爲均輸爲盈朒而極于方程詳見末卷方程能御祿法方程

于筭術猶句股之于量法皆其最精之事不易明也而筭學無關進取皆視為胥人胥史之事而不屑從事又其用近小但于方田粟布取之亦無不足故近代諸刻多不具九章其列九章者不過寥寥備數學者雖欲推明古法孰從而求之此方程殘缺之由也

一方程謬誤之故

方程句股皆不為近用所需然句股測望自昔恒有專書近者西學驟興其言句股尤備故九章所載雖

簡而不至大謬至若方程別無專書可證所存諸例
又為俗本所亂妄增歌訣立為膠固之法印定後賢
耳目而方程不復可用竟如贅疣周官九數幾缺其
一愚不自揆輒以管闚之見反覆推論以明之務求
其理衆曉而不疑于用庶不致謬種流傳以亂古法
云爾詳第四卷刊誤

一方程條件與舊不同之故

舊傳方程分二色為一法三色為一法四色五色以

上為一法頭緒紛然而和較之分疑未清法無畫一所立假如僅可施之本例不可移之他處然如此則為無用之法而方程一章為徒設矣竊以古人立法決不如此今按方程有和有較有無用和較有和較交變約法四端已盡方程之用不論二色三色四色五色乃至多色其法盡同正不必每色立法反滋紛擾也然惟如此則有定法而方程為有用且其用甚多竊以古人立法必當如此夫古人往矣愚生千載

之下蓬户山居耳目局隘不能盡見古人之書亦何以斷其然哉夫亦惟是反之心而無疑措之事而可用則此心此理之同庶可共信非敢好為新奇以自炫也天下大矣鄴架藏書豈無足攷尚兾博雅好古君子惠示古本庶有以證明其說而廣其所未知則所深望已詳見第一卷及第四卷刊誤

一方程以論名篇之故

算學書有例無論則不知作法根原一再傳而多誤

蓋由于此本書欲明筭理故論多于例每卷之首皆有總論以為之提綱然後舉例以實其說即假如也而例中或有疑似之端仍各有說以反覆申明之令覽者徹底澄清無纖毫之凝滯凡為論者十之七而例居其三以論名篇著其實也

一方程例有詳略可以互明既欲推明其理則無取夸多故首卷和較襍變四端不過數例意在假此例以發吾論但求大義曉暢更

不繁引多例以亂人思其後數卷舉例稍繁然每設一例即明一義務求委曲盡變庶令用者不疑前詳者後必略前略者後乃詳更無重複細觀自見

一方程著論校刻緣起

鼎性耽苦思書之難讀者恒廢寢食以求之必得其解乃已有未能通則耿耿胸中雖歷歲時未敢忘也算數諸書尤性所嗜雖隻字片言亦不敢忽必一一求其所以然了然于心而後快竊以方程算術古人

既特立一章于諸章之後必有精理而中西各書所載皆未能憮然于懐疑之殆將二紀歲壬子拙荆見背閉户養痾子以燕偶有所問忽觸胸中之意連類旁通若干門之下啟亟取楮墨次第録之得書六卷于是二十年之疑渙然冰釋然後知古人立法之精深必非後世所能易書雖殘缺全理具存苟能精思必將我告管敬仲之言不余欺也

論成後冀得古書為徵而不可得不敢出以示人惟

亡友溫陵黃俞邰太史桐城方位伯廣文豫章王若先明府金陵蔡璣先上舍曾鈔副墨而崑山徐揚貢明府檇李曹秋岳侍郎姚江黃黎洲徵君頗加鑒賞厥後吳江潘稼堂太史尤深擊節歲丁卯薄遊錢塘同里阮于岳鴻臚付貲授梓屬以理裝北上未遂殺青續遇無錫顧景范北直劉繼莊二隱君嘉禾徐敬可先輩朱竹垞供奉淮南閻百詩寧波萬季野兩徵士于京師並蒙印可又得中州孔林宗學博杜端甫

孝廉錢塘袁惠子文學共相質正乃重加繕錄以為定本謬辱安溪李大中丞厚菴先生下詢歷算命之論撰以質同人獲與介弟安卿孝廉晨夕酬對承其謬賞玆編錄副以歸手挍敂劂視余稿本倍覺清明嚮使湖上匆劇雕版反不能如是之精良矣感書成之非偶驚歲月之易流而良朋好我之殷受益宏多更僕難數爰玆略紀以志不忘

數學存古序 附錄

六藝古聖人用也所以開物成務垂澤將來雖然器久則毁聲傳而失彼其初非不窮神盡變而後稍湮没古聖人無如何也今不盡亡者數學耳數之為物不藉器而存稽實待虚其道如易故禮樂代更而方圓不易書契形名世殊方别而奇偶自如數之不亡不能亡也顧不能亡者數僅存者數之學嘗稽漢藝文志許商筭術二十六卷杜忠算術十六卷唐博士肄習具有十經今

略不一覩又古人製渾儀往往有書說詳徵其故又凡作歷皆有測驗諸書與歷術並垂如史所載晉姜岌劉宋祖冲之隋劉焯唐李淳風一行宋沈括元郭守敬著撰皆富今其存逸皆不可得攷自漢趙氏周髀一經外無可廣証他緯書占候傅會難信然則今九章者果周官舊邪周官之舊既以不可知近世儒者又略之弗講九數之學益以荒蕪於是泰西氏者乃始孤行其測圜三角諸術以矜奇創學其學者至以大衍塡寫九執末

盡授時陰用回回法子雲康節之書皆為臆説而隸首之術必有所窮嘻其果然邪夫謂西歷能兼古法之長是也而反謂古人陰用乎西法此其說非也不覯之書御乎御用於騎書用於楷楷與騎日以習而古書御亡或者未考輿輪而輒以古御不如今騎未窺籀篆而謂古書不及今楷遂欲駕王武子於造父尊鍾元常於蒼頡過矣愚生晚不及見古人僻處山陬聞見固陋閒嘗於世傳九章者稍稍論列補葺遺鈌而是正其紕繆使

讀者曉然知九數之學果不盡於今所傳而其僅存者猶能與泰西氏並行而不得以相廢雖不知於古人萬一有當然天下之大不乏其人尚其共出枕祕以昭明而光大之使古人之緒晦而復顯或由是以發其端歟是愚之所望矣

曆算全書卷四十

方程論卷一

宣城梅文鼎撰

## 正名

名不正則言不順諸本方程皆以二色三色四色等分欵立法而不分和較宜其端緒紛糾而說之滋謬也故先正其名

正名有四一和數二較數三和較雜四和較交變和者無正負如只云某物如干某物如干共價如干以問每物各價者是也較者有正負如云以某物如干與某物如干相較多價如干或少價如干或相當適足者是也雜者半有正負半無正負如一行云某物某物各如干共價如干而其一行則又云以某物如干較某物如干差價如干或價相當適足者是也變者或先無正負而變為有正負或先有正負變而無

正負三色以往重列減餘兼用兩行者是也

總論曰萬筭皆生于和較和較可以御萬筭分合之義也萬物之未形一而已矣一且未有況萬乎及其有也有一則有二有二則有三自此以至于無窮而數生焉矣和者諸數之合也較者諸數之分也分則有差故謂之較較與和相求而法立焉矣故一與一和則二也一與二和則三也一與二之較一也一與三之較二也萬算雖多準此矣故和較者萬算之綱也

算之用至于句股方程至矣盡矣窺高致遠探賾窮幽無所不備然其用不出于和較且以方程言之凡方程列位皆以下位為之端如所列下一位為上中兩位之總價則和也若下一位為上中兩位相差之價則較也較故分正負和故不分正負雖不立正負然必以兩和互乘對減以得其差然後其數可得而知矣故三色以往先無正負者有時而正負立焉故方程之法以和求較而已矣較者易知和者難知和

之中有較較之中又有較此萬數之所由生萬法之所由起

和數方程例

方程用互乘對減與差分章貴賤相和法同但貴賤相和有總物總價又有每物每價不過以帶分之故難用匿價分身而變為換影之術耳方程則有總物總價而無每數又有三色四色以至多色頭緒紛然自非遞減何取之此古人别立一章之意也

用法曰二色者任以一色列于上以一色列于中以總價列于下于是以列上者為乘法左右互乘又互遍乘中下得數左右對減其上一色必兩相若而減盡其中一色對減必有相差之數下價對減亦必有相差之數數相差則減不能盡于是取其餘數以為用一為法一為實以法除實而得中一色每價乃以中價乘原列中物得中物總價以中物總價減原列兩色之總價得上物總價以原列上物除之得上一色

每價若更以中一色列于上依法求之亦先得上一色價矣故上中之位可以互更也詳見後

假如有山田三畝塲地六畝共折輸糧實田五畝七分又有山田五畝塲地三畝共折實田五畝五分問田地每畝折實科則各如干

荅曰每山田一畝折實田九分每地一畝折實田三分畝之一

法各列位

上　中　下

右上田三畝得十五畝 右中地六畝得三十畝 右下折實田共四畝七分得廿三畝五分

減盡 餘廿一畝 餘七畝

左上田五畝得十五畝 左中地三畝得九畝 左下折實田共五畝五分得十六畝五分

先以右上田三畝為法遍乘左行得數

次以左上田五畝為法遍乘右行得數　上位各得田十五畝對減盡　中位左得地九畝去減右行三十畝餘地二十一畝為法下位左折田得十六畝五分去減右行二十三畝五分餘折田七畝為實　以法除實不滿法約為三之一為地每畝折實田之數

地一畝折田三分三釐三毫不盡即地三畝折田一畝也就以右行折實田共四畝七分內除原地六畝折實田二畝餘二畝七分以右上田三畝除之得九分為田每畝折實之數或以左行折田內減左原地三畝該折實田一畝餘四畝五分以左上田五畝除之亦得九分為田每畝折實之數

論曰以右上田三畝遍乘左行得數是各三之也為五畝田者三畝三畝地者三則為田地共折實五畝五分者亦三也

以左上田五畝遍乘右行得數是各五之也爲三畝田者五爲六畝地者五則爲田地折實共四畝七分者亦五也

于以對減而上位田各十五畝減而盡則其數同也惟中位地餘二十一畝在右行則是右行之地多于左行之地二十一畝也

而下位折實數亦餘七畝在右行則是右行折實之數亦多于左行折實之數七畝也

合而觀之此所餘折實七畝者正是餘地二十一畝之所折也

此以田地問折數故以地二十一畝為法折七畝為實也若以折數問原田地則以折七畝為法地二十一畝為實法除實得每折一畝原地三畝于是以右地六畝折二畝減折四畝七分餘二畝七分為法除右田三畝得每折一畝原田一畝又九分畝之一即一分一釐一毫一一不盡也

若更置以地列于上則先得田折數如後圖

上　中　下

右地六畝 得十八畝　左地三畝 得十八畝　減盡

田三畝 得九畝　田五畝 得三十畝　餘廿一畝

折實田共四畝七分 得十四畝一分　折實田共五畝五分 得三十三畝　餘一十八畝九分

先以左上地三畝遍乘右行得數

次以右上地六畝遍乘左行得數　上位各得地十八畝對減盡　中位左得田三十畝內減去右得九畝餘二十一畝為法　下位折田左得三十三畝內

減去右得十四畝一分餘十八畝九分為實　以法除實得九分為田每畝折實數

就以右田三畝折二畝七分減右折實共四畝七分餘二畝以右上地六畝除之不滿法命為三分畝之一為地每畝折實數或于左行折實五畝五分内減去左田五畝該折四畝五分餘一畝以左地三畝除之亦得地折實每畝三之一

論曰以右上地六畝徧乘左行是各六之也為三畝地者六為五畝田者六為地三畝田五畝之折實田共

五畝五分者亦六也以左上地三畝遍乘右行是各三之也為地六畝者三為田三畝者三為地六畝田三畝之折實共四畝七分者亦三也以之對減而地在上位者各十八畝既對減而盡則其各十八畝之折實在折實共數中者亦必對減而盡也田在中位者既對減去九畝而僅餘左行之二十一畝則其各九畝之折實在共數中者亦必對減而盡也由是以觀則其所餘之左下折田十八畝九分正是左中餘

田二十一畝之所折也故以餘田二十一畝為法而
以餘折田十八畝九分為實即田之折數可知知田
數知地畝矣
若以折問田畝則一十八畝九分折為法二十一畝
田為實實如法而一得每折一畝原田一畝又九分
之一于是以分母九通右行田三畝得二十七分而
以一畝又九分之一共一十分為法除之得二畝七
分以減共折四畝七分餘折二畝以除右地六畝得

毎折一畝原地三畝以上二色例也三色四色以至多色凡和數者皆同但須重例減餘以求之今不悉具于後諸條中詳之

較數方程例

凡較數方程分正負之價與盈朒畧同但盈朒章有盈朒又有出率方程則但有總物與盈朒而無每出之率又兼數色所以不同又盈朒者是有每率而不知總所言盈朒適足是總計所出以與原立總價相較之數也方程正負則是兩總物自相較之數若不立

正負則下價之與上物不知其孰為同異矣此正負之法異于盈朒也負與正對所以分別同異蓋對數之所餘即正數之所欠故謂之負與負責之負畧相似老子言萬物負陰而抱陽蓋正即正面負即反面也開方法有負隅言隅之空隙也郭太史歷經三差法有負減言反減也本于平差內減去立差今立差反多于平差故于立差內反減平差是為負減兼此數端而正負之義可見矣

法曰任以一色為正則以相當之一色為負此據二色者言之三色以上或以一色與多色相當或以多色與多色相當其法皆同二色正物之價多為正價負物之價多為負價正與負為異名異名相併

正與正負與負為同名同名相減

首位同名者仍其正負不變首位同數同名即可減去此正法也

首位異名變其一一以相從首位亦同數但不同名故變而同之則亦同數同名而可減盡矣首位既變則其行内皆從而變此通法也蓋必如是則同減異加始歸畫一而于和較交變之用尤便也

其法皆于互乘時以得數變之蓋減併只用得數也

只變一行其相對之行不必再變二色三色以至多色並同何也三色以上行數雖多而乘併之用皆以

各相對之一行論同異即同二色之理

論曰和數方程有減無併皆同名故也較數方程有減有併或同名或異名也減併者方程之綱要正負淆則同異之名混而併減皆失矣今諸本所言正負同異誃離舛錯蹖加減得數皆偶合耳西人論句股三角八線割圜幾何原本可謂詳矣矣至方程增立諸率亦復草草未窮其故也

用法曰以一色列于上以相當之一色列于中任以一

色為主而分正負此亦以二色為例三色以上皆以兩相當者主其一以分正負皆與二色法同

以兩色相較之價列于下以正物為主而分同異或正物所多之價命之為正或正物所少之價命之為負正物之所少即負物之所多或正物負物之價兩相若命之適足則空位列之亦以列上位者為乘法左右互乘遍乘中下以首位為主而變正負得數對減其上一色必數相若且又同名而減盡中一色與下價或同名

或異名異名者併之同名者對減取其減併之數以為用一為法一為實以法除實得中一色每價以原列中物乘之得中物總價以與原列下價同名相減異名相併得數以原列上物除之得上一色每價其上中亦可互求

假如以研七枚換筆三矢研多價四百八十文若以筆九矢換研三枚筆多價一百八十文問筆研價各如干

畣曰筆每矢價五十文　研每枚價九十文

法各列位

上　中　下

右研正七得負二十一　筆負三得正九　價正四百八十得負一千四百四十

左研負三得負二十一　筆正九得正六十三　價正一百八十得正一千二百六十

減盡　減餘五十四　併得二千七百

先以左行研負三遍乘右行得數首位異名須變一行以相從故研正變為負筆負變為正價正變為負皆于得數變之

次以右行研正七遍乘左行得數右行既變則左行不必再變故研負

筆正價正
皆仍舊
于是以上研各負二十一同名相減盡　次以中筆兩正同名相減餘五十四為法　再以下價左正右負異名相併得二千七百為實　以法除實得五十文為筆價　以左行筆正九乘筆價得四百五十內減同名價一百八十餘二百七十以左研負三除之得九十為研價或以右筆負三共價一百五十加異名價正四百八十共六百三十以右研七除之亦得

研價九十

論曰左行原是九筆多于三研一百八十文乘後得數則是六十三筆多于二十一研共一千二百六十文也右行原是七研多于三筆四百八十文乘後得數則是九筆少于二十一研一千四百四十文也于是以兩行得數較之上位研負二十一兩行盡同研之數同則其價亦同惟中位筆數左行多五十四枝則是左行筆多價一千二百六十文者以多此五十四

筆而右行筆少價一千四百四十文者以少此五十四筆也夫右行筆價原少于二十一研者一千四百四十文以左行多五十四筆而反多于二十一研者一千二百六十文是此五十四筆既補却右行之所少而仍多此數也故併右行之所多共此二千七百以為五十四筆之價知筆價知研價矣

若先求研價者以研列中為除法以筆列上為乘法如後圖

問者或云筆三矢換研七枚少價四百八十文又有研三枚以換筆九矢少價一百八十文則其下價爲兩負四百八十是筆少于研之價一百八十是研少于筆之價

右筆正三得負二十七　研負七得正六十三　價負四百八十得正四千三百二十

左筆負九得負二十七　研正三得正九　價負一百八十得負五百四十

減盡　餘五十四　併四千八百六十

先以左行筆負九徧乘右行得數首位異名宜變一行故其正負皆更之

次以右行筆正三徧乘左得數右變則左不變故正負皆仍之

于是以得數較其同異而為之減併　筆各負二十七同名減盡研正同名相減餘五十四為法　價正負異名併得四千八百六十為實　實如法而一得九十為研價　以研價乘左正研三得二百七十異加價負一百八十共四百五十以左負筆九除之得五十為筆價或以右研七價六百三十與價四百八十同減餘一百五十以筆三除之亦得筆價五十

論曰左行原是研三少于筆九者一百八十文乘後得

數則是九研少于二十七筆者五百四十文也　右行原是三筆少于七研者四百八十文乗後得數則是六十三研多于二十七筆者四千三百二十文也夫兩行筆皆二十七則其價同也而右行研價多于筆四千三百二十文左行研價反少于筆五百四十文是兩行研價相差者共四千八百六十文也推求其説則只是兩行中相差五十四研之故也故減去相同之筆用此相差之研以除此相差之研價而每

研之價可知矣

若如難題所列以研為正筆為負問者當云以七研換三筆研多價四百八十以三研換九筆研少價一百八十文則價右正左負難題係書名

右研正七共正二十一筆負三負九價正四百八十正一千四百四十

左研正三共正二十一筆負九負六十三價負一百八十負一千二百六十

減盡

餘負五十四

併得二千七百

左右研正偏乘得數首位本同名故其正負皆不變研減盡筆餘五十四為法價異併二千七百為實法除實得筆價以

次得硏價如前若以筆為正硏為負則其價右負左

正

右筆正三　正二十七　硏負七　負六十三　價負四百八十　負四千三百二十

減盡

減餘五十四　併得四千八百六十

左筆正九　正二十七　硏負三　負九　價正一百八十　正五百四十

依法先得硏價如第一圖

以前四圖或以筆為正或以筆為負或以硏為正或以硏為負或以價為兩正或以價為兩負或以價為一正一負其所呼正負之名無一同者要其為同異

加減之用則一也

試以一行中同異言之其左行之價必與筆同名何也左行之價乃筆多于研之數也故與筆同名而與研異名也　其右行之價必與研同名何也右行之價乃研多于筆之數也故與研同名而與筆異名也

試以兩行中同異言之其上位皆減盡其中位皆相減為法其下價皆相併為實其減也皆以同名其研也皆以異名　此下價異併例也

假如有大小餘句不知數但云倍小餘句以當三大餘句則不及一丈五尺三寸若倍大餘句則如七小餘句

答曰大餘句六尺三寸　小餘句一尺八寸

法以正負列位

右小餘句二正　大餘句三負　負一丈五尺三寸

左小餘句七負　大餘句二正　適足

負十四　減盡　正三十一　減餘十七　正十大〇六尺一寸

負二十四　正四

先以左小餘句負七徧乘右得數首位異名宜變以相從故小句變負

大句下負數皆變正

次以右小餘句正二徧乘左得數（右行既變則此行不變下適足無乘亦無正負）乘訖乃較之　小餘句各十四同減盡　大餘句同減餘一十七為法　下正數十丈零七尺一分無對不減就為實　以法除實得六尺三寸為大餘句　乃置左行二大句該一丈二尺六寸以左行相當適足之七小句除之得一尺八寸為小餘句（或用右行三大句該一丈八尺九寸以同名負一丈五尺三寸減之餘三尺六寸以右行二小句除之亦得一

尺八寸　合問

論曰以左小句徧乘右是各七之也為小句二大句三者七其相較之數亦七也　以右小句徧乘左是各二之也為小句七大句二者二其相當適足者亦二也但以首位必同名然後可減故以右小句正變而為負以從左名也小句變為負則所與相較之大句不得不變而正矣　于是小句同減盡大句同名減去四餘右行正十七下較數無減仍餘十丈〇七尺

一寸然則此所餘者正是減餘大句之數矣何也小句十四左右皆同若只如左行四大句則與小句相當適足矣而今右行獨餘此較數者非以右多十七大句之故乎

試以大句列于上則先得小句如後圖

右大句正三　負六　小句負二　正四　正一丈五尺三寸　負三丈〇六寸

左大句負二　負六　小句正七　正二十一　適足無乘

減盡

餘左十七

如法左乘右更其正負　右乘左仍其正負　大句

同減盡　小句同減餘正一十七在左行為法　下較數負三丈〇六寸在右行無對不減就用為實以法除實得一尺八寸為小句　就以左行小句七該一丈二尺六寸以左相當適足之大句二除之得六尺三寸為大句　或于右行正一丈五尺三寸加異名小句負二該三尺六寸共一丈八尺九寸以右大句三除之亦得六尺三寸

論曰左行原是小句七以當大句二適足今以右大句乘而各三之則是小句二十一以當大句六而亦適

足也　右行原是大句三以當小句二而大句多一丈五尺三寸今以左大句乘而各二之則是大句六以當小句四而多三丈〇六寸也　以兩行之得數較之大句既減盡惟左行之小句餘一十七則是左行得數所以相當適足者以多此十七小句之故而右行小句得數小于大句三丈〇六寸者以少此十七小句之故也然則此三丈〇六寸者正是十七小句之數也依此論可見左行之所多即右行之所少故左行名正者用于右行即為負而

隅行之異名
即為同名

此下較無減例也

假如有大小方積不知數但云一大方積以當二小方積多數八十九若以三大方積當七小方積仍多二百五十一

畣曰大方積一百二十一　小方積一十六

法以正負列位

上

中

下

右大積正一 得正三 小積負二 負六 正八十九 正二百六十七 餘一十六

左大積正三 得正三 減盡 小積負七 負七 正二百五十一 正二百五十一

餘一

先以右大積一徧乘左行皆如原數 次以左大積三徧乘右行得數 首位同名故兩行正負皆不變 大積同減盡 小積同減餘一為法 較數同減餘一十六為實 法除實仍得一十六為小積 以右行小積負二該三十二加異名正八十九共一百二十一為大積 或以左行小積負七該一百一十二加異名正二百五十一共三百六十三以左大積三除之亦得一百二十一為

大積

論曰左行原是大積三多于七小積者二百五十一乘後得數亦同　右行原是大積一多于二小積者八十九乘後得數則是大積三多于六小積者二百六十七也　于是以兩行對勘其大積既減盡惟小積左行餘負一其下較數則右行餘正十六夫此十六數者與大積同名是右行大積之數也右行少一小積而大積之盈數多十六左行多一小積而大積之

盈數少十六然則此十六數者正是此一小積之數

矣若以小方積為正則其下較數為兩負皆小積所少之數也

故皆為負

上　中　下

右小方積正二正一十四　大積負一負七　負八十九負六百二十三

減盈　減餘一

左小方積正七正一十四　大積負三負六　負二百五十一負五百〇二

減餘一百二十一

依法偏乘對減餘大積一為法　餘負一百二十一

為實　法除實不動就以一百二十一為大積　右

大積一該一百二十一同名減負八十九餘三十二以小積二除之得一十六為小積

此是右行多一大方積故多一同名之數一百二十一同在一行易知不須重論

以上二圖正負所呼迥異然所同者兩行之較數皆與大方積同名何也皆大方積多于小方積之數故與大方積同名而與小方積異名也

此下較同減例也

總論曰凡較數方程原列較數是本行中正與負之較也其乘後得數同減異加而得者則是兩行中正與正之較或負與負之較也故本行中以異名相較而兩行對減或加是以兩行之同名相較

假如原列較數與正物同名是正多于負之較也若列較與負同名是負多于正之較也故曰本行中異名相較也

假如乘後得數而兩行之較數皆與正物同名則兩較

亦自同名乃以之對減而餘在一行則知此一行正物必多于對行之正物而其所多之數即如此所餘之較數矣

假如兩行較數皆與負物同名則兩較亦自同名以之對減而餘在一行則知此一行負物必多于對行之負物而其所多之數正是此所餘之較數矣此同名相減之理也

假如右行較數與正同名而左行較數却與負同名則

一是正多于負之數而一是負多于正之數也夫正與負原相待負多于正之數即正少于負之數也于是用異名相加法以左行負多于正之數變為正少于負之數以相併則知右行之正數必多于左行之正物而其所多幾何正是此兩較之併數矣此異名相加之理也

合同減異併而觀之總是兩行中同名相較也

又論曰較數方程以兩相較而為用雖有三色四色乃

至多色其相較也必兩此正負所由立也立正負以别同異猶彼我也夫彼我者豈有一定之稱哉以此為正則以彼為負若以彼為正則此反為負矣正負之相呼猶彼我之相視也故曰無定雖然無定者正負有定者同異其無定者在未立正負之先其有定者在既立正負之後既以一為主則同乎此者皆同名異乎此者皆異名矣是故無定而實有定也

今試以所列方程最下位觀之其言正負者必上物

之較數也不言正負者必上物之和數也較數有盈有朒有適足和則否

假如下價盈則為正正與正同名試於正物價之中減去下同名正價之盈則所餘之價必與負物之價相當矣　正與負異名試又取上負物之價以加下異名正價則又必與正物之價相當矣

假如下價朒則為負　正物之朒負物之盈也　負與負同名試於負物價之中減去下同名負價則所餘之價必與正物

之價相當矣　負與正異名試又取上正物之何以加下異名負價又必與負物之價相當矣

假如下價適足空位無盈朒則其上正負物價必自相當

又論曰正負之術分别同異全在有交變之法以通其窮要其為用惟在使兩行之首位同名而已何也方程以互乘遞減立法每乘一次即減去一色然惟和數則一乘之後即可對減若較數則有同數而不同

名之時若不減首位即不成方程若徑以異名而減
勢必以同名而併法不畫一而于後條和較交變之
時益混淆而難用故以法變之使首位之同數者無
不同名而仍為同名利減焉首位既以同名減則凡
減者皆同名凡併者皆異名而其法畫一矣故首位
既變則行內之正負皆變何也從首位也行內之正
負既皆從首位而變由是而原與首位同名者皆與
隔行之首位同名也原與首位異名者即與隔行之

首位異名也如此則隔行之同減異併亦清矣正負猶陰陽也牝牡也各行中各有正負猶兩儀之生四象也乘而交變猶剛柔相推而生變化也隔行之正本行以為負隔行之負本行以為正眞陰眞陽互居其宅也同名相減者陰陽之偏不得其配也異名相併者陰陽得類雌雄相食也是皆有自然之理焉可以思古人立法之原矣

以上亦以二色者舉例三色以上乃至多色正負之用尤顯詳具諸卷中玆不贅列然其理著矣

和較相襍方程例

方程之用以御隱襍妙在襍與變知其襍則襍而不用矣知其變則變而不失其常矣諸書所論胥未及此故求之甚詳去之愈遠也

用法曰凡方程和較襍者和較從和法列之不立正負較數從較法列之明立正負　其偏乘得數後在較數行中者仍其正負之名在和較行中者皆變從乘法之名和數原無正負則無可變但乘後得數取其與較數之首位同名而已首位既同名

下不得不同名矣

凡兩較者下價或有減有併而中物只同減若一和一較者下價亦有減有併而中物皆異併此以兩色言之三色以上隨數通變皆以同異名御之

假如有大小句不知數但云三其大句倍其小句共三丈三尺若倍大句則如六小句問若干

荅曰大句九尺　小句三尺

法以一和一變列位適足者以相較而得名即同較義

右大句三得正六　小句二得正四｝共二丈三尺得正六丈六尺

左大句二正得正六　小句負六得負十八　併得二十二｝適足空

減盡

右行和數也不立正負　左行較數也明立正負

右乘左而三之和乘較也故其正負皆如故

左乘右而二之較乘和也故得數皆為正從乘法之名也　如法遍乘訖以兩行對勘　大句同名相減盡　小句異名相併得二十二為法　正數六丈六尺無減就為實　法除實得三尺為小句　以左行

小句六共一丈八尺為實以大句二為法除之得九尺為大句或于右行共三丈三尺内同減小句二共六尺餘二丈七尺以大句三除之亦得九尺

論曰右行大句三小句二共三丈三尺乘後得數則是六大句四小句共六丈六尺也　左行大句二小句六其數相當乘後得數則是六大句十八小句亦相當適足也　于以對減而兩大句同減盡則其數同也而右行正數猶有六丈六尺左則無有其故何也

右行正數中有小句四而左則無且不惟無之而已其相對之負數反有十八小句焉是左行正數又自除却十八小句之數也右行正數多四小句左行正數又自除却十八小句則是右行正數之多于左行正數者二十二小句也故併此二十二小句為右行所多之正物其六丈六尺則右行之正數也以正物除正數而小句可知知小句知大句矣

又細攷之六大句合四小句共六丈六尺則以與六大句相當之十八小句合四小句亦必六丈六尺也此亦西儒比例之理而以同異名盡之可見古人用法之簡快試更列之以小句居上則先得大句亦同

上　中　下

右小句二得負十二　大句三得負十八　共三丈三尺得負十九丈八尺

左小句負六得負十二　大句正二得正四　適足

減盡　併二十二

先以右小句二徧乘左行得數和乘較也故仍其正負

次以左小句六偏乘右行得數較乘和也故皆命為負與乘法同名兩小句同減盡　兩大句異併二十二為法　負數十九丈八尺無減就為實法除實得大句九尺　以右行大句三該二丈七尺減共三丈三尺餘六尺以小二句除之得小句三尺

論曰小句互乘之後則其數同也小句數同則負數亦同而右行之負數獨有十九丈八尺左則無有者以右之負數中有大句十八而左則無不惟無也其所

對之正數中反有大句四是左行負數中又原少四大句也右負數多十八大句左負數少四大句是右之負數多于左之負數者共二十二大句也然則右之負數獨有此十九丈八尺者正是此二十二大句之數也

此和數與適足偕也

假如有江湖兩色船載物不知數但云江船五以較湖船一則江多二千八百石江船三湖船五則共載二

千八百石問船力若干　荅曰江船六百石　湖船二百石

法以一和一較列位

右江船正五　得正一十五　湖船負一　得負三
左江船三　得正一十五　湖船五　得正二十五
減盡　併二十八

正二千八百　得正八千四百
共二千八百　得正一萬四千
減餘五千六百

如法左右徧乘得數

江船同減盡　湖船異併二十八為法　載物同減餘五千六百石為實　法除實得二百石為湖船數

以湖船數加右行異名正二千八百共三千石以右江船五除之得江船數六百石（或以湖船五共一千石同減左行二千八百石餘一千八百石以左江船三除之亦得六百石）

論曰偏乘後江船數同則其載數亦同今以兩正數相減而左多五千六百者以左正數中有湖船二十五而右則無不惟無也其所對之負數中反有湖船三是右行正數中又自少三湖船也左多二十五右少三是左正數多于右數者共二十八湖船也然則左

之正數獨多五千六百者正此二十八湖船之數也

此和數偕一正也負亦同

和變交變方程例

凡方程三色以上以減餘重列則有和變較較變和者不可不察也　若非和較之襍則二色方程之中物有減無併矣若非和較之變則三色四色方程和數者有減無併矣夫和數較數非自我命之名也其下價之為和為較不可誣也

用法曰和變較者但和數減餘有分在兩行者兼而用

之即變較數也　和既變較即以較數法列之其法以一行之餘數命為正以一行之餘數命為負　其下餘價以與中位餘物同在一行者即為同名從其正負而命之　若下價減盡無餘者命為適足

若減餘只在一行者無變也只用和數法

較變和者但視較數減餘或有一行內皆正或皆負者即變和數也即如和數法列之不立正負　其較數異併者

以一行為主而以隔行之異名從本行為同名

若減餘行内有正負者無變也只用較數法

若有兩異併而一位左正右負一位右正左負亦仍為較數不變雖減餘分在兩行而一行餘正物一行餘負物亦和數也何也隔行之異名乃同名也

若減餘同名而分餘于兩行即仍為較數不變何也隔行之同名乃異名也

若兩異併皆左正右負或皆左負右正亦和數也

和較重列有俱變為較者有只變一行為較而餘行

如故者較數重列有俱變為和者有只變一行為和而其餘如故者皆如上法以和較襍列之若四色以上有和變較較復變和者有較變和和復變較者皆以前法御之

假如以衡校弓弩之力但云大神臂弓二弩九小弓二共重七百一十斤又有神臂弓三弩二小弓八共五百二十五斤又有神臂弓五弩三小弓二共五百一十五斤問各力

荅曰大神臂弓力五十五斤　弩力六十斤　小弓力三十斤

法先以和較列位凡三色者可任以一行為主與餘二行數相乘而減併之故前後之行可互更也詳見第三卷

| 左 | 中 | 右 |
| --- | --- | --- |
| 神臂五 中乘得十 | 神臂二 右乘得六 左乘得十 | 神臂三 中乘得六 |
| 減盡 | | 減盡 |
| 弩三 中乘得六 | 弩九 右乘得二十七 左乘得四十五 | 弩二 中乘得四 |
| 減餘中三十九 | | 減餘中二十三 |
| 小弓二 中乘得四 | 小弓二 右乘得六 左乘得十 | 小弓八 中乘得十六 |
| 減餘中六 | | 減餘右十 |
| 力五百一十五 中乘一千〇三十 | 力七百一十 右乘二千一百三十 左乘三千五百五十 | 力五百二十五 得一千〇五十 |
| 減餘中二千五百二十 | | 減餘中一千〇八十 |

先以中行神臂弓二為法徧乘左右得數此以中行為主與左

右互乘取其行間易為減併之用也

次以右行神臂三偏乘中行得數與中行對減　神臂弓中右各六對減盡　中弩二十七內減去右弩四餘二十三中行餘也　中小弓六去減右小弓十六餘十右行餘也　中力二千一百三十內減去右一千○五十餘一千○八十斤中行餘也

以上減餘分在兩行已變較數矣即用較數之法分正負列之而以弩與力命為同名弩與力同在中行故也

次以左行神臂五徧乘中行得數而以中左兩行對減　神臂弓各十減而盡　中弩得四十五内減去左行弩六餘三十九

中行小弓得十内減去左小弓四餘六　中力得三千五百五十内減去左一千〇三十餘二千五百二十斤

以上減餘俱在中行仍為和數也不分正負

論曰此和數方程變為一和一較也何也中右得數兩

大弓減盡則其力相若也弩數相減而餘在中行是中行之弩力多于右行也小弓相減而餘在右行是右行小弓之力多于中行也弩力中多于右小弓力右多于中而今共力相減惟中多一千〇八十斤則是此一千〇八十斤者非餘弩餘弓之共數而餘弩所多于餘弓之較數也雖欲不分正負不可得也

如中左對減而餘弩餘小弓俱在中行則中行之餘力二千五百二十斤者仍為餘弩餘小弓共數無正

負之可分也故以此兩減餘者依和較雜法重列而求之

如前對減既于共力中清出首一色大神臂弓不與弩小弓雜矣然所餘之力尚為弩小弓共數與其較數而未能分別此二色之每數也故必重測

較數餘弩正二十三 得正八百九十七 小弓負十 得負三百九十 力正一千〇八十 得正四萬二千一百二十

和數餘弩三十九 得正八百九十七 小弓六 得正一百三十八 力共二千五百二十 得正五萬七千九百六十

減盡 併五百二十八 減餘一萬五千八百四十

依和較雜法以左右餘弩互徧乘得數左乘右和乘較也故仍其

正負右乘左較乘和也故變從乘法之名皆曰正

弩同減盡　小弓異併五百二十八為法　力同減餘一萬五千八百四十為實　法除實得三十斤為小弓力　以小弓力乘右行餘小弓十得三百斤異如力正一千〇八十斤共一千三百八十斤以餘弩二十三除之得六十斤為弩力或于左行共力二千五百二十斤內同減小弓六該一百八十斤餘二千三百四十斤以餘弩三千九除之得六十斤亦同即此可見兩減餘之為一和一較乃于原列任取右行八小弓力二百四十斤二

弩力一百二十斤以減共力五百二十五斤餘一百六十五斤以大神臂弓三除之得五十五斤為大神臂弓力

論曰兩弩正數同而其力不同者小弓之故也左行和數也是弩偕小弓之力也右行較數也是弩力中減去小弓之力而餘者也合而觀之則是左行之弩力有小弓一百三十八以為之益而右行之弩力反減去小弓三百九十然則左行正數之多于右行者凡

共差小弓五百二十八而左行正數所以多于右行一萬五千八百四十斤者正是此小弓五百二十八之力也

凡此減餘之數亦可互求若更置之以小弓列上則先得弩力如後圖

| | 上 | 中 | 下 |
|---|---|---|---|
| 右 | 小弓負十 得負六十 | 弩正二十三 得正一百三十八 | 力正一千〇八十 得正六千四百八十 |
| 左 | 小弓六 得負六十 | 弩二十九 得負二百九十 | 力共二千五百二十 得負二萬五千二百 |
| | 減盡 | 并五百二十八 | 并得三萬一千六百八十 |

依法右左偏乘得數左乘右和乘較也故仍其正負右乘左較乘和也故變從乘法之名皆名之曰負

小弓同減盡　弩異併得五百二十八為法　力異併得三萬一千六百八十為實　法除實得六十斤為弩力　以弩力乘右行弩二十三得一千三百八十斤同減正一千〇八十斤餘三百斤以小弓十除之得小弓力

論曰兩小弓同名負其數既同而左行負數之力有若

干右則無之而且反小于正數之力若干者何也以左行負數中有㸦三百九十右則無之而其所對之正數反有㸦一百三十八以為之除算則是左負數之多于右者共五百二十八㸦也右負數少此五百二十八㸦而正數力遂多六千四百八十斤左負數多此五百二十八㸦則不但補卻右行之所少而又自有力二萬五千二百斤然則左行共多于右三萬一千六百八十斤者正是此五百二十八㸦之力也

此三色和變較例也 四色以上襍見諸卷中

問有甲乙丙三數甲加七十三得為乙丙數者倍乙加七十三得為甲丙數者三丙加七十三得為甲乙數者四其本數各幾何　荅曰甲七　乙十七　丙廿三

法先以較數列位

右　甲負三　乙正一　減餘正五　丙負三　併得正九　負七十三　併得正二百九十二

中　甲正一　右乘負三　左乘負四　減盡　減盡　乙負二　右乘正六　左乘正八　丙負二　右乘正六　左乘正八　負七十三　右乘正二百一十九　左乘正二百九十二

左　甲負四　乙負四　併得正十二　丙負一　減餘正七　負七十三　併得正三百六十五

先以中行甲正一遍乘右左得數皆如故只變中行故兩行之正負俱不變又是一數為乘法故數亦不變

次以右行甲負三徧乘中行次以左行甲負四徧乘中行各得數左右既省不變故變中行以從之首位變負下三位俱變正

次以中右得數相減併　甲同減盡　中乙得正六同減左得正一餘正五　中丙得正六異併右得負三共得正九中較數得正二百一十九異併右負七十三共得正二百九十二

次以中左得數相減併　甲同減盡　中乙得正八異併左得負四共得正十二　中丙得正八同減左得正一餘七正　中較數得正二百九十二異併左負七十三共得正三百六十五以上減併之數皆同名又皆在一行知已變為和數重列之不分正負依此顯雖同名而或乙正在中丙正在左即不得變和數也何也左行之正中行之負也

論曰此較數變為和數也以中右之得數言之中行六个乙六个丙共多于三个甲者二百一十九右行一

个乙少于三个甲三个丙者七十三于是兩相對較

則兩行之甲皆三个其數本同而中行之乙丙多于

甲二百一十九者因中行之乙多于右行之乙者五

个又有同名之丙六个以益之而中行之甲又非若

右行之甲與三个丙同名是又少三个丙也夫甲股

内少則乙丙股内多合而觀之則是中行之乙丙股

内共多五个乙九个丙而右行之乙股内共少此五

个乙九个丙也夫中行之乙丙股内多五个乙九个

丙便多于三个甲者二百一十九右行之乙股内少五个乙九个丙則不惟不多而反少于三个甲者七十三然則併此多二百一十九少七十三共二百九十二者正是此五个乙九个丙之共數而非其較數也故不分正負

又以中左之得數言之中行正數是八个乙八个丙負數是四个甲而正數多者二百九十二左行正數是一个丙負數是四个甲四个乙而正數少者七十三

于是兩相對勘則兩行負數之甲皆四个其數本同惟中行之正數内比左正數多七个丙又加八个乙而中行之負數又比左負數少四个乙合而觀之是中行之正數比左行共多十二个乙與七个丙而左行之正數比中行共少十二个乙七个丙也然則中行正數之多于負數二百九十二者以多此十二个乙七个丙而左行正數之反少于負數七十三者以少此十二个乙七个丙也則是併此多二百九十二

少七十三之數共三百六十五者正是此十二个乙七个丙之共數而非其較數也故亦不分正負

右乙餘五六十　丙併九一百〇八　共二百九十二三千五百〇四

左乙併十二六十　丙餘七三十五　共三百六十五一千八百二十五

減盡　餘七十三　餘一千六百七十九

如法以乙數左右互徧乘得數相減無正負故有減無併

乙減盡　丙減餘七十三為法　下位餘一千六百七十九為實　法除實得二十三為丙數以丙數乘左行　丙七得一百六十一以減共三百六十

五餘二百○四以左乙十二除之得一十七為乙數又以乙數異加原列右行負七十三共九十內減原右行丙三該六十九餘二十一以原右行甲三除之得七為甲數

論曰此同文算指所立疊借互徵設問之一也原法繁重今改用方程簡易如此

此所設問三色方程耳以西術求之已不勝其難況四色以往乃至多色乎此亦足見方程之不可廢而

古人别立一章之誠有實用也

此三色較變和例也　四色以往至于多色則其變益多要不出于和較例具後諸卷中兹不詳列

歷算全書卷四十